

Integral Tak Wajar

Sofwah Ahmad
Wono Setya Budhi





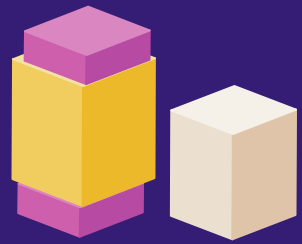
Integral Tak Wajar :

Kedua Sisi (Batas)

Tak-Hingga



Integral Tak Wajar : kedua sisi ∞



- ❖ Sekarang kita perhatikan bentuk $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$
- ❖ Secara umum bentuk $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ **tidak sama dengan** $\lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a}^a f(x) dx$

Definisi 3 : Arti Integral dengan Batas Tak Hingga (Dua Sisi)

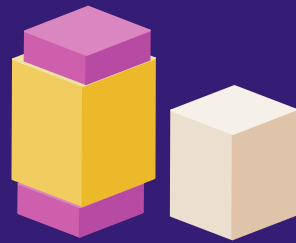
Arti dari

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = \int_{-\infty}^a f(x) dx + \int_a^{\infty} f(x) dx$$

Asalkan masing-masing integral ruas kanan ada.



Contoh



5. Tentukan kekonvergenan dari $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x-3} dx$.

Kita akan menghitung $\int_{-\infty}^c \frac{1}{x-3} dx$ dan $\int_c^{\infty} \frac{1}{x-3} dx$, untuk suatu konstanta c .

Jika salah satu divergen maka berhenti (integral divergen)

Perhatikan untuk $c = 4$ berlaku

$$\int_4^{\infty} \frac{1}{x-3} dx = \int_1^{\infty} \frac{1}{u} du \quad (\text{divergen})$$

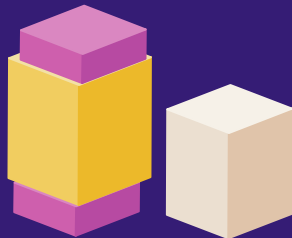
Jadi

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x-3} dx$$

divergen



Contoh



5. Hitunglah $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ jika ada.

Kita akan menghitung $\int_{-\infty}^0 \frac{1}{1+x^2} dx$ dan $\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$. Jika salah satu divergen maka berhenti.

$$\int_{-\infty}^0 \frac{1}{1+x^2} dx = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a}^0 \frac{1}{1+x^2} dx$$

$$= \lim_{a \rightarrow \infty} [\arctan x]_{-a}^0$$

$$= \lim_{a \rightarrow \infty} \arctan a$$

$$= \frac{\pi}{2}$$

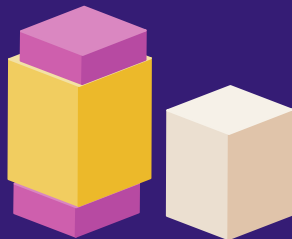
Perhatikan karena integran fungsi genap maka

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Jadi } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{1+x^2} dx + \int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$$



Latihan



1. Jika ada, hitunglah

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$

b) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^p} dx$, dengan $p \geq 0$

c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{e^{2|x|}} dx$,

d) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+2x+10} dx$,

2. Misalkan diketahui dua fungsi $f(x) \leq g(x)$ untuk setiap $x \in \mathbb{R}$

a) Jika $\int_0^{\infty} f(x) dx$ divergen, bagaimana dengan $\int_0^{\infty} g(x) dx$?

b) Jika $\int_0^{\infty} g(x) dx$ konvergen, dan

3. Selidiki kekonvergenan dari

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{x}}{1+x^2} dx$$

Terima Kasih !

CREDITS: This presentation template was created by Slidesgo, including icons by Flaticon, and infographics & images by Freepik.

Please keep this slide for attribution.

