

1. Tentukan

(a) $\int \sin^{10} x \cos x \, dx$

(b) $\int (x^3 + 6x)^5 (6x^2 + 12) \, dx$

2. Tentukan $y(x)$ jika

(a) $\frac{dy}{dx} = 1 + x^2$ dan $y = 1$ jika $x = 1$.

(b) $\frac{dy}{dx} = 1 + y^2$ dan $y = 1$ jika $x = 1$.

3. Hitung nilai

(a) $\int_{-2}^3 [x]^2 \, dx$

(b) $\int_{-2}^4 [x^2]$

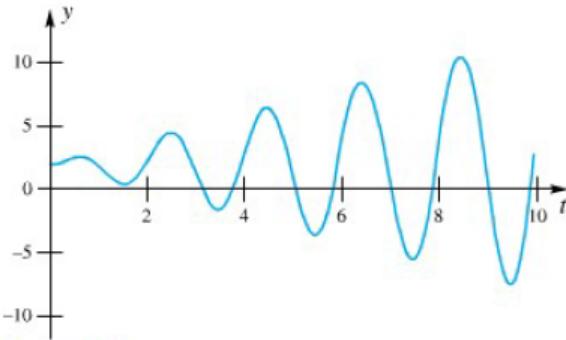
(c) $\int_{-2}^4 x \lfloor x \rfloor \, dx$, dengan $\lfloor x \rfloor$ menyatakan bilangan bulat terbesar yang lebih kecil dari x .

4. Hitung $F'(x)$ jika

(a) $F(x) = \int_x^{x^2} \sin(\sqrt{t}) \, dt$ dengan $x > 0$.

(b) $G(x) = \int_1^{\sin(x)} x \sqrt{1+t^4} \, dt$

5. Diketahui grafik $f(t)$



Kemudian, dibentuk fungsi $G(x) = \int_0^x f(t) \, dt$

- (a) Tentukan dimana G akan mencapai maksimum lokal dan minimum lokal.
- (b) Tentukan dimana G akan mencapai maksimum global dan minimum global.
- (c) Tentukan interval di mana $G(x)$ akan cekung ke bawah.

(d) Sketsa grafik $G(x)$.

6. Hitung

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x \frac{1+t}{2+t} dt$

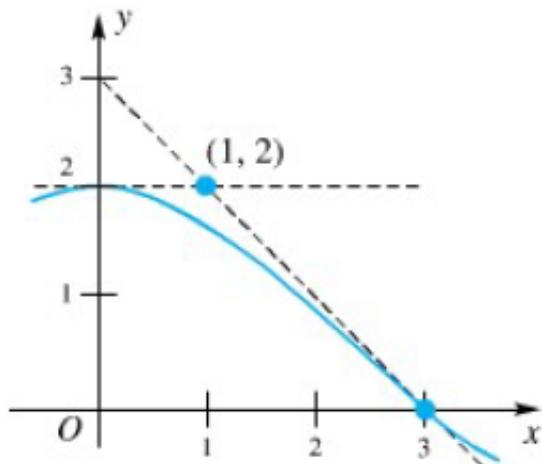
(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x \frac{1+t}{2+t} dt$

7. Apakah ada fungsi $f(x)$ yang memenuhi berikut. Jika ada carilah, jika tidak ada jelaskan!

(a) $\int_0^{x^2} f(t) dt = \frac{1}{3}x^3$

(b) $\int_0^x f(t) dt = x + 1$.

8. Diketahui grafik fungsi f dengan turunan ke tiga fungsi tersebut kontinu.



Tentukan tanda positif, negatif atau nol dari

(a) $\int_0^3 f(x) dx$

(b) $\int_0^3 f'(x) dx$

(c) $\int_0^3 f''(x) dx$

(d) $\int_0^3 f'''(x) dx$

9. Hitung

(a) $\int_{-1}^7 \frac{1}{\sqrt{2x+2}} dx$

(b) $\int_0^{\pi/2} \sin x \sin(\cos x) dx$

10. Hitung

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left[\frac{n^2 + 2in + 4}{n^3} \right]$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \sin \left(\frac{\pi i}{n} \right)$

11. Hitung

(a) $\int_2^{2+\pi/2} |\sin 2x| dx$

(b) $\int_1^{1+\pi} |\cos x| dx$

12. Tentukan besar nilai n agar nilai mutlak dari kesalahan perhitungan numerik dan eksak ar integral berikut lebih kecil dari 0,00001 dalam menghitung $\int_1^4 \frac{1}{1+x} dx$ jika metode numerik yang dipakai

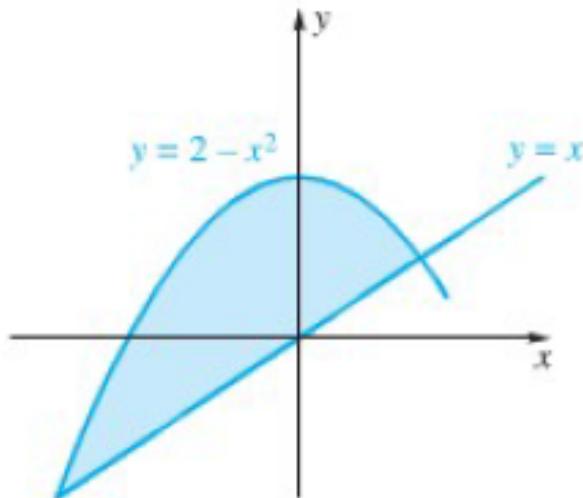
(a) jumlah Rieman

(b) metode trapesium

(c) metode parabolik

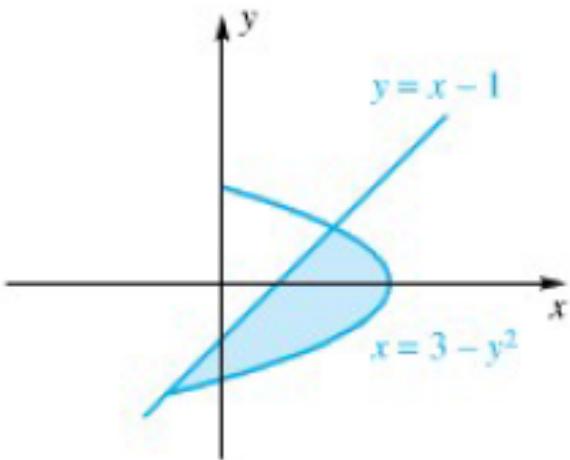
13. Hitung luas daerah yang diarsir

(a)



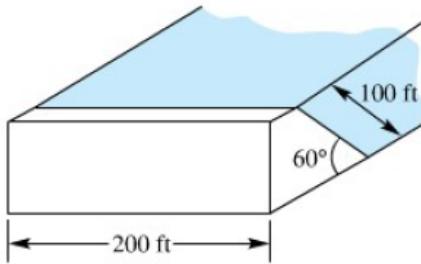
(b)

9.



14. Diketahui daerah tertutup yang dibatasi oleh $y = x^2$, garis singgung parabola di $(2, 4)$ dan sumbu X .
- (a) Hitung luas daerah tersebut dihitung dengan satu integral.
 - (b) Hitung volume benda jika daerah tersebut diputar terhadap sumbu X
 - (c) Hitung volume benda jika daerah tersebut diputar terhadap sumbu Y
 - (d) Hitung volume benda jika daerah tersebut diputar terhadap garis $x = -1$
 - (e) Hitung volume benda jika daerah tersebut diputar terhadap garis $y = 5$
15. Salah satu sisi dari waduk adalah persegi panjang dengan ukuran 200 dan lebarnya 100 dengan posisi miring sebesar sudut 60° . Hitung besar gaya total

yang dialami oleh bidang sisi tersebut jika air setinggi kedalaman waduk.



16. Misalkan f fungsi kontinu dan nonnegatif di $[0, 1]$.

- (a) Buktikan bahwa $\int_0^\pi x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin(x)) dx$
- (b) Gunakan bagian (a) untuk menghitung $\int_0^\pi x \sin x \cos^4 x dx$

17. Hitung

$$(a) \int \frac{x^3+x^2}{x+2} dx$$

$$(b) \int \frac{x^4}{x+4} dx$$

18. (a) Buktikan bahwa $\ln x < 2(\sqrt{x} - 1)$ dengan $x > 1$.

(b) Hitung

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$$

19. (a) Ujilah bahwa fungsi $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 5$ mempunyai invers.

(b) Hitung $(f^{-1})'(-5)$ dan $(f^{-1})'(-1)$.

20. Misalkan f kontinu dan naik keras pada interval $[0, 1]$ dengan $f(0) = 0$ dan $f(1) = 1$. Jika $\int_0^1 f(x) dx = \frac{2}{5}$, hitunglah

$$\int_0^1 f^{-1}(y) dy$$

Penuntun: Gambar grafiknya.

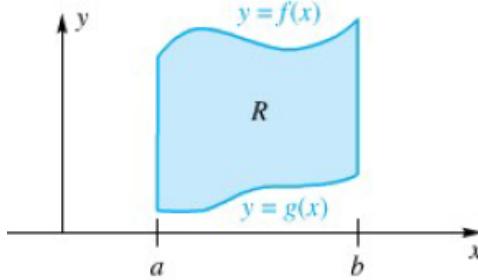
21. Misalkan

$$f(x) = \frac{\ln x}{1 + (\ln x)^2}$$

untuk setiap $x \in (0, \infty)$. Carilah

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ dan $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

- (b) Tentukan nilai maksimum dan minimum fungsi $f(x)$
- (c) Hitung $F'(\sqrt{e})$ jika $F(x) = \int_1^{x^2} f(t) dt$
22. Hitung $\frac{dy}{dx}$ jika
- (a) $y = (x^2 + 1)^{\sin x}$
- (b) $y = (\log_a \sqrt{x^2 + 1})^3$
23. Diketahui konstanta $u > 0$ dan $f_u(x) = x^u e^{-x}$ dengan $x \geq 0$.
- (a) Buktikan bahwa f_u mencapai maksimum di $x = u$
- (b) Ujilah mana yang lebih besar $f_u(u)$ dan $f_u(u+1)$
- (c) Ujilah mana yang lebih besar $f_{u+1}(u+1)$ dan $f_{u+1}(u)$
- (d) Berdasarkan (b) dan (c), buktikan bahwa
- $$\left(\frac{u+1}{u}\right)^u < e < \left(\frac{u+1}{u}\right)^{u+1}$$
- (e) Buktikan juga
- $$\frac{u}{u+1}e < \left(\frac{u+1}{u}\right)^u < e$$
- (f) Buktikan bahwa $\lim_{u \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{u})^u = e$.
24. Suatu benda padat dengan alas berbentuk setengah lingkaran dengan persamaan $y = \sqrt{9 - x^2}$ dengan $-3 \leq x \leq 3$ dan potongan tegak lurus terhadap sumbu x , berbentuk persegi. Hitunglah volume benda tersebut!
25. Diketahui suatu daerah dengan bentuk



- (a) Tuliskan dalam bentuk integral luas daerah R .
- (b) Tuliskan volume benda jika daerah R diputar terhadap sumbu X .
- (c) Tuliskan volume benda jika daerah R diputar terhadap garis $x = a$.
- (d) Tuliskan volume benda jika daerah R diputar terhadap garis $x = b$.
- (e) Tuliskan momen M_x dan M_y jika daerah R merupakan lempengan homogen.